

ISSN 0132-6414

**ФИЗИКА
НИЗКИХ
ТЕМПЕРАТУР**

**ТОМ
12**

1. 1987

4. Чайшивили О. Д. О поверхности флюктуационной проводимости массивных сверхпроводников // ФНТ.— 1975.— 1, вып. 2.— С. 177—182.
5. Келдыш Л. В. Диаграммная техника для неравновесных процессов // ЖЭТФ.— 1964.— 47, вып. 4.— С. 1515—1526.
6. Cheishvili O. D. Fluctuation conductivity of tunnel junctions // J. Low Temp. Phys.— 1971.— 4, N 6.— Р. 577—583.
7. Чайшивили О. Д. Флюктуационный диамагнетизм грязных сверхпроводников // ЖЭТФ.— 1979.— 76, вып. 2.— С. 588—596.

Институт физики АН ГССР,
г. Тбилиси

Получено 11.04.86

УДК 537.312.62

М. РИДЕЛЬ, В. КРЕХ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДОВ В РАМКАХ ТЕОРИИ ВЕРТХАМЕРА

В рамках модели Верхамера количественно исследуются динамические характеристики джозефсоновских туннельных переходов с собственной емкостью. В частности, проводится числовой расчет отклика напряжения на быстрое включение и выключение тока в случае больших и малых значений параметра Мак-Камбера, обсуждается влияние запаздывания на инертность и оценивается предельно допустимая частота. Анализ дополняется исследованием поведения переключения перехода $S-N$ типа.

Введение

Использование джозефсоновских туннельных переходов в цифровых элементах памяти или для создания пикосекундных импульсов требует количественного определения их динамических времен переключения. Эти свойства существенно модифицируются другими включенными в цепь пассивными элементами (сопротивлениями, емкостями, индуктивностями). Ниже мы ограничимся лишь свойствами отдельного перехода и исследуем только влияние собственной емкости в случае питания током. В рамках модели Верхамера [1, 2] для разности фаз φ двух разделенных барьером сверхпроводников справедливо нелинейное интегро-дифференциальное уравнение

$$i(s) = \frac{\gamma^2}{4} \beta_c \ddot{\varphi}(s) + \frac{\gamma}{2} \dot{\varphi}(s) - \\ - \gamma \int_0^\infty ds' \left\{ p(s') \sin \frac{1}{2} [\varphi(s-s') + \varphi(s)] + q^0(s') \sin \frac{1}{2} [\varphi(s-s') - \varphi(s)] \right\} \quad (1)$$

с безразмерным временем $s = (\Delta_L + \Delta_R) t / \hbar$, приведенным током $i(s) = I(t)/I_c$ и постоянной $\gamma = (\Delta_L + \Delta_R)/eR_N I_c$. В (1) Δ_L, Δ_R — энергетические щели обоих сверхпроводников при $T = 0$; I_c — критический ток Джозефсона (также при $T = 0$); R_N — сопротивление при нормальной проводимости туннельного перехода; $\beta_c = 2eI_c R_N^2 C / \hbar$ — параметр Мак-Камбера, пропорциональный контактной емкости C .

В случае постоянного во времени решения $\varphi(s) \equiv \varphi_0$ (стационарный эффект Джозефсона) справедливо соотношение $i = i_c \sin \varphi_0$. В общем случае $i(s) \equiv i_0 > i_c$ следует ожидать в качестве асимптотического решения периодическую функцию $\varphi(s)$ (нестационарный эффект Джозефсона), причем для определенных значений $i_0 \leq i_c$ может возникнуть также бистабильный режим [3—5].

Запаздывающие функции $p(s)$ и $q^0(s)$ содержат информацию о свойствах материала перехода. Для сверхпроводника в рамках теории БКШ при тем-

пературе $T = 0$ справедливы соотношения [6]

$$p(s) = \frac{\Delta_L \Delta_R}{(\Delta_L + \Delta_R)^2} \frac{\pi}{2} \left[J_0\left(\frac{s\Delta_R}{\Delta_L + \Delta_R}\right) Y_0\left(\frac{s\Delta_L}{\Delta_L + \Delta_R}\right) + J_0\left(\frac{s\Delta_L}{\Delta_L + \Delta_R}\right) Y_0\left(\frac{s\Delta_R}{\Delta_L + \Delta_R}\right) \right]; \quad (2)$$

$$q^0(s) = \frac{\Delta_L \Delta_R}{(\Delta_L + \Delta_R)^2} \frac{\pi}{2} \left[J_1\left(\frac{s\Delta_R}{\Delta_L + \Delta_R}\right) Y_1\left(\frac{s\Delta_L}{\Delta_L + \Delta_R}\right) + J_1\left(\frac{s\Delta_L}{\Delta_L + \Delta_R}\right) Y_1\left(\frac{s\Delta_R}{\Delta_L + \Delta_R}\right) \right],$$

где J_n , Y_n — функции Бесселя n -го порядка первого и второго рода соответственно. Симметричный контакт при $\Delta_L = \Delta_R$ приводит к известному решению Гарриса [2]; как и следовало ожидать, запаздывающие функции при замене индексов L и R остаются инвариантными. Из уравнения (2) следует

$$p(s \ll 1) \simeq \frac{2\Delta_L \Delta_R}{(\Delta_L + \Delta_R)^2} \ln s; \quad q^0(s \ll 1) \simeq -\frac{1}{2} \frac{\Delta_L^2 + \Delta_R^2}{(\Delta_L + \Delta_R)^2}; \quad (3)$$

$$p(s \gg 1) \simeq -q^0(s \gg 1) \simeq \frac{(\Delta_L \Delta_R)^{1/2}}{\Delta_L + \Delta_R} \frac{\cos s}{s},$$

где $p(s)$, $q^0(s)$ — медленно затухающие осциллирующие функции, при этом для $s = 0$ особенностью $p(s)$ является логарифмическая расходимость. В уравнении (1) выделим сингулярную часть и для $\tau \ll 1$ получим

$$i(s) \simeq \frac{\gamma^2}{4} \beta_c \ddot{\varphi}(s) + \frac{\gamma}{2} \dot{\varphi}(s) + \gamma \frac{2\Delta_L \Delta_R}{(\Delta_L + \Delta_R)^2} \tau \left[1 - C + \ln \frac{2(\Delta_L + \Delta_R)}{\tau (\Delta_L \Delta_R)^{1/2}} \right] \sin \varphi(s) -$$

$$- \int_{-\infty}^{\infty} ds' \left\{ p(s') \sin \frac{1}{2} [\varphi(s-s') + \varphi(s)] + q^0(s') \sin \frac{1}{2} [\varphi(s-s') - \varphi(s)] \right\}, \quad (4)$$

где C — постоянная Эйлера. Третье слагаемое представляет собой влияние сингулярных членов в $p(s)$ и приводит к известному члену $\sin \varphi(s)$ феноменологической резистивной модели [7]. Этот член можно также легко получить с помощью адиабатического приближения из уравнения (1) [8]. Если осциллирующая джозефсоновская фаза $\varphi(s)$ существенно изменяется только через такие интервалы времени, в которых влияние запаздывающих ядер $p(s)$ и $q^0(s)$ больше не ощущается, то в указанном приближении справедлива резистивная модель

$$i(s) = \frac{\gamma^2}{4} \beta_c \ddot{\varphi}(s) + \frac{\gamma}{2} \dot{\varphi}(s) + \sin \varphi(s), \quad (5)$$

при этом, по определению, используется выражение

$$\int_0^{\infty} ds p(s) = -\frac{1}{\gamma}.$$

Чем «короче память» уравнения Верххамера, тем более высокие частоты могут быть в хорошем приближении описаны в рамках резистивной модели.

Специальный случай несимметричного джозефсоновского элемента представляет собой переход между сверхпроводником и нормальным проводником (переход $S-N$ типа). Этот случай получается из уравнения (2) при $\Delta_L \rightarrow 0$:

$$p(s) \equiv 0, \quad q^0(s) = -J_1(s)/s. \quad (6)$$

Абсолютное значение фазы не влияет на ток, память перехода уменьшается ($q^0(s) \sim s^{-3/2}$).

Хотя стационарный эффект Джозефсона больше не возникает, остается решить нелинейное интегро-дифференциальное уравнение для падения напряжения на переходе $v(s) \equiv \phi(s)/2$:

$$\frac{i_0}{\gamma} = \frac{\gamma}{2} \beta_c \dot{\phi}(s) + v(s) - \int_{-\infty}^s ds' \frac{J_1(s-s')}{s-s'} \sin \left[\int_{s'}^s ds'' v(s'') \right]. \quad (7)$$

С помощью метода возмущений [9] можно показать, что уравнение (7) в асимптотическом пределе $s \rightarrow \infty$ имеет только стационарное решение v_0 . Физически это отражает тот факт, что в переходе $S-N$ типа не может возникнуть

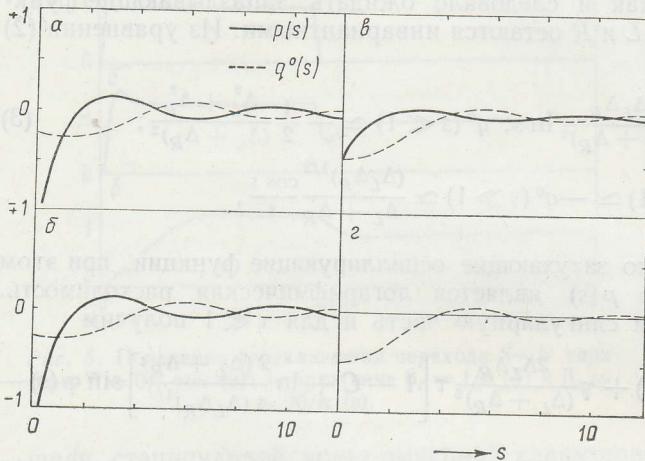


Рис. 1. Запаздывающие функции $p(s)$ и $q^0(s)$ в модели БКШ при $T = 0$: $\Delta_L/\Delta_R = 1$ (а); $0,5(\delta)$; $0,05(\theta)$; $0(\varepsilon)$ (переход $S-N$ типа).

нестационарный эффект Джозефсона. Поэтому из уравнения (7) следует известная вольт-амперная характеристика

$$\frac{i_0}{\gamma} = v_0 - \int_0^\infty ds \frac{J_1(s)}{s} \sin v_0 s = \begin{cases} 0, & v_0 \ll 1; \\ (v_0^2 - 1)^{1/2}, & v_0 \geq 1. \end{cases} \quad (8)$$

Для иллюстрации на рис. 1 приведены запаздывающие ядра для различных значений Δ_L/Δ_R в зависимости от аргумента s .

Числовое моделирование процессов переключения

Временное запаздывание в уравнении (1) означает, что для возможности определения $\phi(s + \Delta s)$ с помощью числовой процедуры должно быть известно и проинтегрировано решение $\phi(s' \ll s)$ к любому прошедшему моменту времени. Это означает чрезвычайно высокие требования как в отношении количества необходимых ячеек памяти, так и с точки зрения продолжительности вычислений [10]. Поэтому для определения стационарного поведения джозефсоновского туннельного перехода более удобно перевести уравнение (1) в пространство частот и таким образом с помощью подстановки периодического решения преобразовать в нелинейную систему алгебраических уравнений [3, 4, 9]. При исследовании процессов переключения не удается обойтись без численного решения полного уравнения Верххамера (1). Мы будем рассматривать это уравнение как динамическое уравнение для $\phi(s)$ с начальным условием $\phi(s' \ll 0) = 0$. При $s = 0$ ток при включении нарастает непрерывно от $i = 0$ до $i = 1$; после того как напряжение на контакте $v(s) = \phi(s)/2$ примерно достигает колебательного режима, ток выключается. При этом в зависимости от емкости контакта необходимо исследовать два принципиально различных случая $\tau_{RC} \ll \tau_\Delta$ и $\tau_{RC} \gg \tau_\Delta$. Отношение постоянных времени

$$\tau_{RC} = R_N C, \quad \tau_\Delta = \hbar (\Delta_L + \Delta_R)^{-1} \quad (9)$$

определяет величину параметра Мак-Камбера

$$\tau_{RC}/\tau_\Delta = \gamma\beta_c/2. \quad (10)$$

Оба случая представлены ниже для симметричного перехода БКШ при $T = 0$ ($\gamma = \pi/4$) на примере $\beta_c = 0,5$ и $10,0$. Вначале представлена экспериментальная ситуация быстрого включения и выключения (рис. 2).

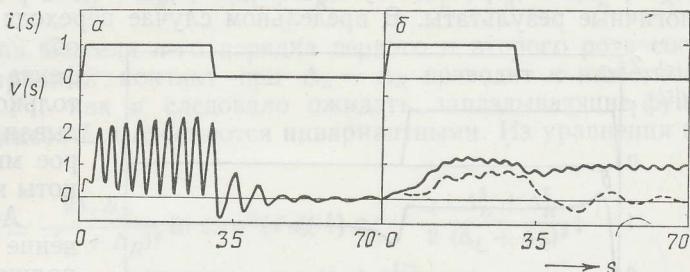


Рис. 2. Процессы переключения в симметричном переходе БКШ при $T = 0$: $\beta_c = 0,5$ (а) и $10,0$ (б); пунктир — решение резистивной модели.

Отклик напряжения на рис. 2, б при включении качественно совпадает в хорошем приближении с кривой зарядки конденсатора (постоянная времени τ_{RC}); на рис. 2, а преобладает константа τ_Δ . Выброс напряжения после фронта включения является типичным эффектом запаздывания. После вы-

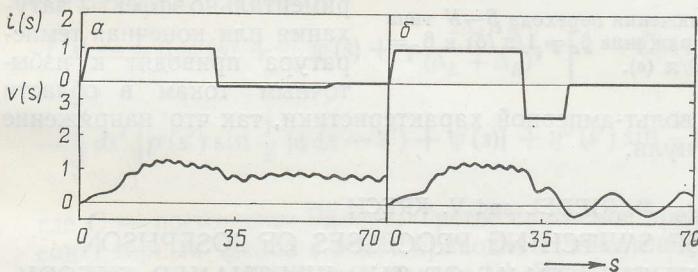


Рис. 3. Возвращение в начальное состояние перехода, показанного на рис. 2, б.

ключения, как это ни странно, переход с большой емкостью не покидает ставшее нестабильным резистивное состояние. Временное запаздывание вызывает эффективное увеличение инертности системы; для сравнения приведем процесс выключения в резистивной модели. Для того чтобы в течение короткого времени вывести переход из этого состояния, необходимы отрицательные импульсы тока (рис. 3).

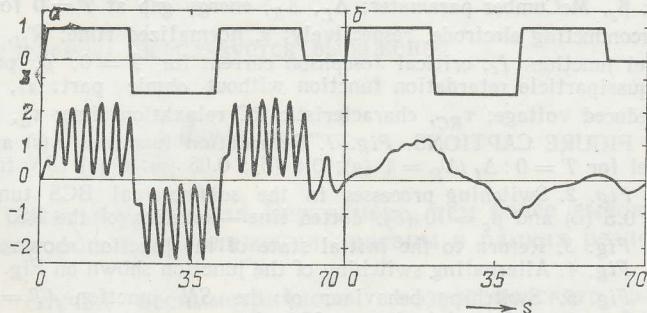


Рис. 4. Попеременное включение перехода, показанного на рис. 2: $\beta_c = 0,5$ (а) и 10 (б).

Чтобы оценить максимально возможную граничную частоту, которой может следовать среднее напряжение перехода, был моделирован процесс попеременного включения (рис. 4).

Эта частота порядка $(\Delta_L + \Delta_R)/20\hbar \approx 200$ ГГц ($\Delta_L + \Delta_R \approx 2,5$ мэВ для туннельных элементов $S-N$ типа). Для перехода на рис. 4, б частота переключения уже слишком высока. Из сравнения обоих переходов можно сделать вывод, что джозефсоновским туннельным переходам с малым

параметром Мак-Камбера β_c при использовании в цифровых элементах переключения и памяти явно следует отдать предпочтение, так как короткое время установления и малый гистерезис тока обеспечивают хорошие условия для динамических режимов переключения. Учет свойств временного запаздывания существенно усиливает этот вывод, который качественно можно было сделать уже из резистивной модели.

В несимметричных туннельных переходах ($\Delta_L < \Delta_R$) получаются аналогичные результаты. В предельном случае перехода $S-N$ типа ($\Delta_L = 0$) оба джозефсоновских эффекта исчезают, остается только типичное для запаздывания поведение, которое мы приводим для полноты картины (рис. 5).

Асимптотическое значение нормированного напряжения при выключенном токе в соответствии с уравнением (8) лежит между -1 и $+1$ и зависит от того, каким образом переход выключается. Экспериментально эффекты затухания или конечная температура приводят к избыточным токам в области

переключения, так что напряжение

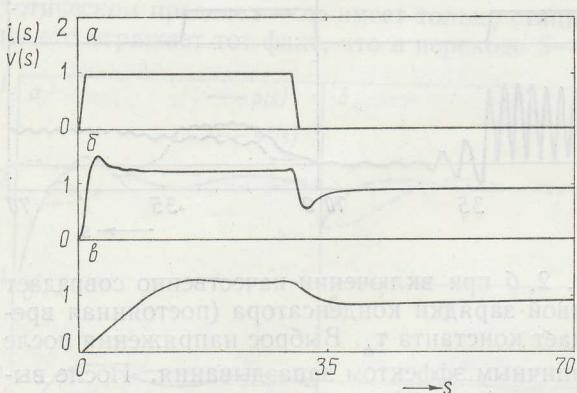


Рис. 5. Поведение переключения перехода $S-N$ типа (при $T = 0$): ток (α); напряжение $\beta_c = 1/\pi$ (β) и $\beta_c = 20/\pi$ (γ).

щели стационарной вольт-амперной характеристики, всегда спадает до нуля.

M. RIEDEL and V. KRECH

MODELLING OF SWITCHING PROCESSES OF JOSEPHSON JUNCTIONS WITHIN THE FRAME OF THE WERTHAMER THEORY

The dynamical behaviour of Josephson tunnel junctions with intrinsic capacitance is investigated quantitatively within the frame of the Werthamer model. In particular, the voltage response to the rapid current switching-on / off is calculated numerically in the case of large and small McCumber parameters. The inertia effect of the retardation is discussed and the limit frequency is estimated. The investigation of the switching behaviour of SN junctions completes the considerations.

LIST OF SYMBOLS. φ , Josephson phase of the tunnel junction; i , reduced current bias; β_c , McCumber parameter; Δ_L , Δ_R , energy gap at $T = 0$ for the left and the right superconducting electrode, respectively; s , normalized time; R_N , ohmic resistance of the tunnel junction; I_c , critical Josephson current for $T = 0$; p , pair retardation function; q^0 , quasiparticle retardation function without ohmic part; i_c , reduced critical current v , reduced voltage; τ_{RC} , characteristic RC relaxation time; τ_Δ , characteristic gap time.

FIGURE CAPTIONS. Fig. 1. Retardation functions $p(s)$ and $q^0(s)$ within the BCS model for $T = 0$: $\Delta_L/\Delta_R = 1$ (α); 0.5 (β); 0.05 (γ); 0 (ε) (SN tunnel junction).

Fig. 2. Switching processes in the symmetrical BCS tunnel junction for $T = 0$: $\beta_c = 0.5$ (α) and $\beta_c = 10$ (β); dotted line — solution of the RSJ model.

Fig. 3. Return to the initial state of the junction shown on Fig. 2.

Fig. 4. Alternating switching of the junction shown on Fig. 2: $\beta_c = 0.5$ (α) and 10 (β).

Fig. 5. Switching behaviour of the SN junction ($T = 0$): current (α); voltage $(\gamma/2)\beta_c = 1/\pi$ (β) and $(\gamma/2)\beta_c = 20/\pi$ (γ).

1. Werthamer N. R. Nonlinear self-coupling of Josephson radiation in superconducting tunnel junctions // Phys. Rev.—1966.—147, N 1.—P. 255—263.
2. Harris R. E. Intrinsic response time of a Josephson tunnel junction // Phys. Rev. B.—1976.—13, N 9.—P. 3818—3821.
3. McDonald D. G., Johnson E. G., Harris R. E. Modelling Josephson junctions // Phys. Rev. B.—1976.—13, N 3.—P. 1028—1031.
4. Зорин А. Б., Лихарев К. К. Вольт-амперные характеристики джозефсоновских переходов с малой емкостью // ФНТ.—1977.—3, № 2.—С. 148—151.

5. Schlup W. A. Solution of the Werthamer equation at finite temperatures // Phys. Rev. B.—1978.—48, N 11.—P. 6132—6138.
6. Riedel M. Das Strom-Spannungs-Verhalten von Josephson-Tunnel-Elementen in Werthamer-Modell : Diss.—Jena : Friedr.-Schiller-Univ., 1984.—98 S.
7. Stewart W. C. Current-voltage characteristic of Josephson junctions // Appl. Phys. Lett.—1963.—12, N 8.—P. 277—280.
8. Schlup W. A. The retarded Josephson equation // J. Math. Phys.—1978.—19, N 12.—P. 2469—2475.
9. Riedel M., Meyer H.-G., Krech' W. Das stationäre Verhalten eines Josephson-Tunnelementes // Ann. Phys. (Leipzig).—1984.—41, N 4/5.—S. 315—330.
10. Harris R. E. Numerical evaluation of the response of a Josephson tunnel junction in an arbitrary circuit // J. Appl. Phys.—1977.—48, N 12.—P. 5188—5190.

Секция физики
Ун-та им. Фридриха Шиллера,
г. Иена, ГДР

Получено 24.04.86

УДК 537.312.62

В. Г. ЧЕРКАСОВА, Л. П. ТИЩЕНКО, Н. Я. ФОГЕЛЬ

РАЗМЫТИЕ РЕЗИСТИВНЫХ ПЕРЕХОДОВ ТОНКИХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЛЕНОК ПЕРЕХОДНЫХ МЕТАЛЛОВ В ПАРАЛЛЕЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Исследованы резистивные переходы тонких сверхпроводящих пленок переходных металлов (ванадий, ниобий) в параллельном магнитном поле в области сильных флуктуаций параметра порядка. Обнаружено, что вблизи T_{c0} ширина переходов уменьшается с понижением температуры по закону $\Delta H_{\parallel} \sim (1 - T/T_{c0})^{-1/2}$, а магнитное число Гинзбурга $Gi_{H_{\parallel}} = [H - H_{c\parallel}(T)] / H_{c\parallel}(T)$, характеризующее ширину критической области для фазового перехода в параллельном поле, пропорционально обратной длине свободного пробега электронов. Полученные результаты объясняются в рамках флуктуационной теории для двумерных сверхпроводников.

Введение

В последние годы все большее внимание привлекает изучение фазовых переходов в двумерных сверхпроводниках. Интерес к этим объектам связан с возможностью проверки теории топологического фазового перехода в двумерных сверхпроводниках [1–3], исследования влияния локализации электронов на сверхпроводящий переход [4], наблюдения критических явлений, обусловленных флуктуациями параметра порядка [5–8].

Как было показано ранее [5, 6], характер резистивных явлений вблизи точек фазового перехода в пленках переходных металлов определяется сильными взаимодействующими флуктуациями параметра порядка. Это справедливо как для резистивных переходов в отсутствие внешнего магнитного поля, так и для переходов в магнитных полях. При этом весьма существенна и величина приложенного магнитного поля, и его ориентация по отношению к выделенному геометрией пленки направлению. Резистивные переходы пленок ванадия в перпендикулярном поле подробно исследованы в работах [7, 9]. Были получены зависимости избыточной проводимости $\sigma' = \sigma - \sigma_n$ (σ_n — удельная проводимость в нормальном состоянии) от температуры и магнитного поля в широком интервале полей, включая сильные поля, где становится существенным квантование спектра флуктуаций параметра порядка. Были определены значения так называемого «магнитного» числа Гинзбурга $Gi_{H_{\perp}}$ в области двумерных флуктуаций, зависимость его от температуры и длины свободного пробега электронов.

Поведение избыточной проводимости пленок ванадия в сильных параллельных полях в условиях квантования спектра флуктуаций изучалось в работе [10]. В настоящей работе приводятся результаты исследования резистивных переходов пленок ванадия и ниobia в слабых параллельных полях, для которых эффекты квантования несущественны.