

Übungsaufgaben zur Vorlesung „Mathematik I für Geoökologen und Geowissenschaftler“

#12

Letzter Abgabetermin: 5. 2. 2010

1. Lösen Sie die logistische Differentialgleichung $\dot{P} = \lambda P(K - P)$, $P(0) = P_0$! Erläutern Sie die Bedeutung der reellen Parameter K und λ !

Stellen Sie die Lösungsfunktion $P(t)$ für

a) $K = 1, \lambda = \frac{2}{3}$ und $P_0 = 3$

b) $K = 5, \lambda = \frac{1}{10}$ und $P_0 = 3$

für $t \in [0, 10]$ dar!

(5 Punkte)

2. Gegeben sei die Schwingungsdifferentialgleichung $\ddot{x} + \omega^2 x = F \cos \beta t$ mit $\omega \neq \beta$.
- a) Bestimmen Sie die Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung unter der Anfangsbedingung $x(0) = A, \dot{x}(0) = 0$!
- b) Bestimmen Sie die Lösung der gegebenen inhomogenen Differentialgleichung unter der Anfangsbedingung $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$!

Stellen Sie beide Lösungen mit Hilfe eines geeigneten Programmes (z.B. Excel) grafisch dar! Wählen Sie geeignete Parameter (z.B. $\omega = 1, \beta = 2, F = 3$), die Darstellung soll für wenigstens drei Perioden erfolgen.

(5 Punkte)

3. Ein Seil gleitet reibungsfrei über ein Rundholz, wobei es zu Beginn auf der einen Seite 8 m und auf der anderen Seite 12 m herunterhängt. Nach welcher Zeit ist das Seil komplett über das Rundholz geglichen?

Hinweis: Die Differenz der Gewichtskraft der auf den beiden Seiten des Rundholzes hängenden Seilenden wirkt als beschleunigende Kraft auf das gesamte Seil gemäß Newtonschem Grundgesetz $F = m \cdot a = m \cdot \ddot{x}$. Diese ändert sich im Verlaufe des Herabgleitens. Auf dieser Grundlage können Sie eine Differentialgleichung für die Bewegung des Seilendes längs der angedeuteten x -Achse aufstellen.

(6 Punkte)

