

Übungsaufgaben zur Vorlesung „Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler“

#8

Letzter Abgabetermin: 7. 6. 2011

1. Gegeben sei die Funktion $z = f(x, y) = 5 \left(\ln \left(\frac{x-y}{y^2} \right) - \frac{1}{5} \right)$ mit $x > y > 0$. Ermitteln

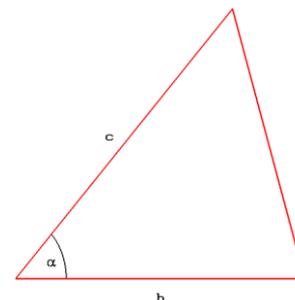
Sie die Taylor-Entwicklung von f an der Stelle $(x_0, y_0) = (2, 1)$ bis zum quadratischen Glied (einschließlich)! (vgl #7, 1.)

(3 Punkte)

2. Geben Sie für die Funktion $z = f(x, y) = \left(2x - \frac{3}{\pi} y + 2 \right)^3 + \sin(x+y)$ an der Stelle $(x_0, y_0) = \left(0, \frac{\pi}{2} \right)$ das Taylor-Polynom bis einschließlich Ordnung 2 an!

(3 Punkte)

3. Gegeben sei das in der Skizze dargestellte Dreieck mit den Seiten $b = 5\text{cm}$, $c = 8\text{cm}$ und dem Winkel $\alpha = 30^\circ$. Der Flächeninhalt des Dreiecks ergibt sich nach der Formel $A = f(b, c, \alpha) = \frac{b \cdot c}{2} \sin \alpha$.



- a) Berechnen Sie die Fläche A des Dreiecks!
b) Notieren Sie das totale Differential dA von A ! (Die auftretenden partiellen Ableitungen sind zu berechnen!)

Die gegebenen Größen werden nun wie folgt verändert: $\Delta b = +2\%$, $\Delta c = -3\%$, $\Delta \alpha = -1^\circ$. Die Fläche des so entstehenden Dreiecks sei A_1 .

(Beachten Sie, dass zwar üblicherweise mit Δx der absolute Fehler der Größe x bezeichnet wird, häufig aber auch $\Delta x = 5\%$ geschrieben wird und dann natürlich der relative Fehler $\frac{\Delta x}{x}$ gemeint ist.)

- c) Berechnen Sie die exakte Flächenänderung $\Delta A = A_1 - A$!
d) Welchen Näherungswert für die Flächenänderung ΔA erhält man mit dem totalen Differential dA ?

Nun werden die Größen b, c, α als fehlerbehaftet angesehen, es seien $\Delta b = \pm 2\%$, $\Delta c = \pm 3\%$, $\Delta \alpha = \pm 1^\circ$. Diese Fehler verursachen einen Fehler ΔA der Dreiecksfläche A .

- e) Schätzen Sie mit Hilfe des totalen Differentials den Fehler ΔA !

(7 Punkte)

4. Für die Zahlwerte von Naturkonstanten werden in Berechnungen rationale Näherungswerte verwendet. Geben Sie für die folgenden Größen und deren Näherungen Schranken für absolute und relative Fehler an!

a) π Näherungen: 3.14 bzw. $\frac{22}{7}$ bzw. $\frac{355}{113}$

b) e Näherungen: 2.72 bzw. 2.71828

c) g in $\left[\frac{m}{s^2} \right]$ Näherungen: 10 bzw. 9.81

(3 Punkte)