Universität Potsdam
Institut für Mathematik SS 2010

Übungsaufgaben zur Vorlesung „Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler"

#11
Letzter Abgabetermin: 6. 7. 2010

1. Beschreiben Sie die folgenden Kurven durch parameterabhängige Ortsvektoren und bestimmen Sie jeweils den Tangentenvektor!
   a) Gerade durch $P(1,0)$ mit Anstieg $\frac{1}{2}$.
   b) quadratische Parabel $y = x^2 + 1,\ x \geq 0$;
   c) Ellipse mit Mittelpunkt im Ursprung und zu den Koordinatenachsen parallelen Halbachsen mit den Längen $a > b > 0$, α) positiver und β) negativer Umlaufsinn;

(6 Punkte)

2. Gegeben sei der zeitabhängige Ortsvektor $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\pi} t \\ \sin t \\ \cos t \end{pmatrix}$. Beschreiben und skizzieren Sie die zugrundeliegende Bewegung für $t \geq 0$!

(2 Punkte)

3. Auf dem Bildschirm eines Oszillografen durchlaufe ein Elektronenstrahl eine Bahn mit dem zeitabhängigen Ortsvektor

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} a\cos(m\omega t) \\ b\sin(n\omega t) \end{pmatrix},\ t \geq 0,$$

wobei a,b,m,n,ω reelle Konstanten sind.
   a) Skizzieren Sie die Bahnkurven für $a = b = 3$, $\omega = 2\pi$ und
      α) $m = n = 1$,
      β) $m = 1, n = 2$!
   b) Bestimmen Sie für den Ortsvektor $\vec{r}(t)$ den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}(t)$ und den Beschleunigungsvektor $\vec{a}(t)$!
   c) Zeigen Sie: Für $m = n$ ist der Beschleunigungsvektor $\vec{a}(t)$ stets dem Ortsvektor $\vec{r}(t)$ entgegengerichtet!

(8 Punkte)