

## Übungsaufgaben zur Vorlesung „Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler“

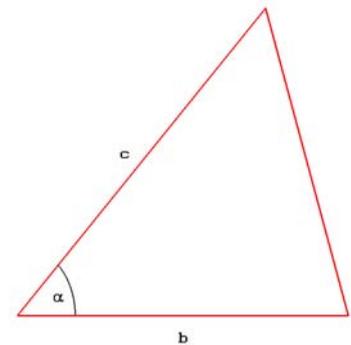
#8

Letzter Abgabetermin: 15. 6. 2010

1. Gegeben sei das in der Skizze dargestellte Dreieck mit den Seiten  $b = 5\text{cm}$ ,  $c = 8\text{cm}$  und dem Winkel  $\alpha = 30^\circ$ . Der Flächeninhalt des Dreiecks ergibt sich nach der Formel

$$A = f(b, c, \alpha) = \frac{b \cdot c}{2} \sin \alpha.$$

- a) Berechnen Sie die Fläche  $A$  des Dreiecks!  
b) Notieren Sie das totale Differential  $dA$  von  $A$ ! (Die auftretenden partiellen Ableitungen sind zu berechnen!)



Die gegebenen Größen werden nun wie folgt verändert:  $\Delta b = +2\%$ ,  $\Delta c = -3\%$ ,  $\Delta \alpha = -1^\circ$ . Die Fläche des so entstehenden Dreiecks sei  $A_1$ .

(Beachten Sie, dass zwar üblicherweise mit  $\Delta x$  der absolute Fehler der Größe  $x$  bezeichnet wird, häufig aber auch  $\Delta x = 5\%$  geschrieben wird und dann natürlich der relative Fehler  $\frac{\Delta x}{x}$  gemeint ist.)

- c) Berechnen Sie die exakte Flächenänderung  $\Delta A = A - A_1$ !  
d) Welchen Näherungswert für die Flächenänderung  $\Delta A$  erhält man mit dem totalen Differential  $dA$ ?

(7 Punkte)

2. Bestimmen Sie die Extremstellen und -werte der folgenden Funktionen!

a)  $z = f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 3y$

b)  $z = f(x, y) = \frac{xy}{27} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

c)  $w = f(x, y, z) = 5x^2 + 6y^2 + 7z^2 - 4xy + 4yz - 10x + 8y + 14z - 6$

(9 Punkte)