

**Übungsaufgaben zur Vorlesung
„Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler“**

#3

Letzter Abgabetermin: 11. 5. 2010

1. Bestimmen Sie die Eigenwerte und die Eigenvektoren der folgenden Matrizen! Ermitteln Sie weiterhin die algebraische und die geometrische Vielfachheit der Eigenwerte!

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ b) $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

(6 Punkte)

2. Die Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ habe die Eigenwerte $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$. Zeigen Sie:

- a) Die Matrix $\alpha \cdot A$ besitzt die Eigenwerte $\alpha \cdot \lambda_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, $\alpha \in \mathbb{R}$.
b) Die Matrix A^m besitzt die Eigenwerte λ_i^m , .

(4 Punkte)

3. Gegeben sei die Matrix $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ mit $A = \begin{pmatrix} -17 & -3 & 1 & 6 \\ 0 & 6 & -2 & 3 \\ 8 & 0 & 8 & -1 \\ -15 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

- a) Berechnen Sie die Determinante von A !
b) Berechnen Sie das charakteristische Polynom von A ! (Zur Kontrolle: Sie erhalten ein biquadratisches Polynom!)
c) Berechnen Sie die Eigenwerte von A !

(6 Punkte)