

**Übungsaufgaben zur Vorlesung  
 „Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler“**

#10

Letzter Abgabetermin: 21. 6. 2011

1. Das einfachste Modell für den vertikalen Temperaturverlauf in der Troposphäre bis zur Tropopause besteht in der Annahme einer linearen Temperaturabnahme. Herrscht auf Meereshöhe die Temperatur  $T_0$  in  $[K]$ , so gilt für die Temperatur in der Höhe  $h$  ( $0 \leq h \leq 12000 \text{ m}$ )  $T(h) = T_0 - \gamma \cdot h$ .  $\gamma$  ist dabei der Temperaturgradient in  $\left[\frac{K}{m}\right]$ .

Zur Bestimmung von  $\gamma$  wird ein Ballon aufgelassen, der in gewissen Höhen die Temperatur misst, es ergaben sich folgende Messwerte:

$h_i$ in m	0	2000	4000	6000	8000
$T_i$ in °C	20	3	-13	-30	-50

Führen Sie einen Geradenausgleich durch und bestimmen Sie  $\gamma$  auf drei wesentliche Ziffern!

(5 Punkte)

2. Gegeben seien die Werte

$x$	0	1	3	4	5
$y$	1.2	2.1	3.2	5.0	9.0

- a) Bestimmen Sie die Gleichung der Ausgleichsgeraden  $F_a(x) = a_1x + a_0$  nach der Methode der kleinsten Quadrate!
- b) Führen Sie die Ausgleichsrechnung für den Ansatz  $G_a(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$  durch!
- c) Stellen Sie die gegebenen Punkte,  $F_a(x)$  und  $G_a(x)$  in einem Koordinatensystem grafisch dar!  
 Diskutieren Sie, welcher der beiden Ansätze der „bessere“ ist. Berechnen Sie dafür die Summe der quadrierten Abstände der Punkte von  $F_a^*$  bzw.  $G_a^*$ !  
 Beurteilen Sie umgekehrt auch die „Qualität“ der Punkte bei Vorgabe der Ansätze aus a) bzw. b)!

(6 Punkte)

3. Für einen Abkling-Vorgang (Beispiel: Entladung eines Kondensators oder der radioaktive Zerfall einer Stoffmenge) wurden gemessen (alle Größen ohne Einheiten):

$t$	0	1	2	4	8
$y$	5.4	3.5	2.1	0.5	0.3

Dieser Vorgang gehorcht der Gleichung  $y(t) = a \cdot e^{bt}$ . Bestimmen Sie a und b, indem Sie den nichtlinearen Ansatz linearisieren und diesen im Sinne der Quadratmittelnäherung lösen! Stellen Sie die Punkte und die Lösung  $y(t)$  grafisch dar!

(5 Punkte)