

**Übungsaufgaben zur Vorlesung
„Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler“**

#4

Letzter Abgabetermin: 10. 5. 2011

1. Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & q & q \end{pmatrix}$ mit dem reellen Parameter q .

- a) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom!
b) Für welches q ist Null Eigenwert von A ? Bestimmen Sie für diesen Fall die restlichen Eigenwerte!

(5 Punkte)

2. Untersuchen Sie die Matrix $A = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 2 \\ 5 & 16 & 3 \\ 2 & 3 & 25 \end{pmatrix}$ mit Hilfe der Eigenwerte auf positive

Definitheit! (Hinweis: A besitzt (mindestens) einen ganzzahligen Eigenwert.)

(3 Punkte)

3. Betrachtet werde die Matrix $A = \begin{pmatrix} p & 4 & 6 \\ 4 & 8 & 2 \\ 6 & 2 & q \end{pmatrix}$ mit den reellen Parametern p, q .

Bestimmen Sie mit Hilfe des Determinantenkriteriums, für welche p, q die Matrix A positiv definit ist!

(3 Punkte)

4. Symmetrische Tridiagonalmatrizen $A_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit

$$A_n = \begin{pmatrix} 4 & w & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ w & 4 & w & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w & 4 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 4 & w \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & w & 4 \end{pmatrix}, w \in \mathbb{R},$$

sollen auf positive Definitheit untersucht werden.

- a) Bestimmen Sie für A_2 die Determinante, das charakteristische Polynom sowie die Eigenwerte! Für welche w ist A_2 positiv definit?
b) Untersuchen Sie mit Hilfe des Determinantenkriteriums, für welche w die Matrizen A_3, A_4 positiv definit sind!

(Auch A_5 ließe sich noch so untersuchen. Für $n > 5$ sind weitergehende Kenntnisse erforderlich, die uns in diesem Kurs nicht zur Verfügung stehen.)

(5 Punkte)