

**Übungsaufgaben zur Vorlesung
„Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler“**

#1

Letzter Abgabetermin: 19. 4. 2011

1. Gegeben sei das lineare Gleichungssystem $Ax = 0$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & -9 & 3 \\ 5 & 10 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestimmen Sie den Rang und die Determinante von A !
b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems!

(5 Punkte)

2. Betrachtet werde die Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & q \\ -2 & 2 & q \end{pmatrix}$ mit dem reellen Parameter q .

- a) Bestimmen Sie die Determinante von A ! Für welche Werte von q existiert die Inverse von A ?
b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge L_q des linearen Gleichungssystems $Ax = b$ mit $b = (25, 10, 15)^T$! Kann q so bestimmt werden, dass $\tilde{x} = (1, 2, 3)^T$ zur Lösungsmenge L_q gehört?

(5 Punkte)

3. Gegeben seien die Vektoren $v_i \in \mathbb{R}^3, i = 1, 2, 3, 4$ mit

$$v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

- a) Sind die Systeme $T = \{v_1, v_2, v_3\}$ und $S = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ linear abhängig oder linear unabhängig? Begründung!
b) Die Vektoren v_1, v_2, v_3, v_4 werden als Spaltenvektoren zu einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ zusammengefasst. Bestimmen Sie den Kern der linearen Abbildung $\varphi: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $\varphi(x) = Ax$ für $x \in \mathbb{R}^4$ sowie seine Dimension!

(6 Punkte)