Universität Potsdam SS 2010
Institut für Mathematik

Übungsaufgaben zur Vorlesung „Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler“

#4
Letzter Abgabetermin: 18. 5. 2009

1. Betrachtet werde die symmetrische Matrix $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 4 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$.

   a) Zeigen Sie, dass $v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ Eigenvektor von A ist! Wie lautet der zugehörige Eigenwert λ_1?

   b) Bestimmen Sie die restlichen Eigenwerte λ_2, λ_3 und -vektoren v_2, v_3!

   c) Euklidisch normierte Repräsentanten der Eigenvektoren v_1, v_2, v_3 werden spaltenweise zu einer Matrix V zusammengefasst und mit den Eigenwerten $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ wird die Diagonalmatrix D gebildet. Verifizieren Sie: $D = V^T \cdot A \cdot V$!

   d) Betrachtet wird nun die normierte Eigenvektorbasis. Bestimmen Sie die Koordinaten der Einheitsvektoren $e_k, k = 1, 2, 3$ bezüglich dieser Basis!

(11 Punkte)

2. Untersuchen Sie die Matrix $A = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 2 \\ 5 & 16 & 3 \\ 2 & 3 & 25 \end{pmatrix}$ mit Hilfe der Eigenwerte auf positive Definitheit! (Hinweis: A besitzt (mindestens) einen ganzzahligen Eigenwert.)

(2 Punkte)

3. Betrachtet werde die Matrix $A = \begin{pmatrix} p & 4 & 6 \\ 4 & 8 & 2 \\ 6 & 2 & q \end{pmatrix}$ mit den reellen Parametern p,q.

   Bestimmen Sie mit Hilfe des Determinantenkriteriums, für welche p,q die Matrix A positiv definit ist!

(3 Punkte)