

**Übungsaufgaben zur Vorlesung  
„Mathematik II für Geoökologen und Geowissenschaftler“**

#1

Letzter Abgabetermin: 27. 4. 2010

1. Gegeben sei das lineare Gleichungssystem  $Ax = 0$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & -9 & 3 \\ 5 & 10 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestimmen Sie den Rang und die Determinante von  $A$ !  
b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems!

(5 Punkte)

2. Betrachtet werde die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & q \\ -2 & 2 & q \end{pmatrix}$  mit dem reellen Parameter  $q$ .

- a) Bestimmen Sie die Determinante von  $A$ ! Für welche Werte von  $q$  existiert die Inverse von  $A$ ?  
b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge  $L_q$  des linearen Gleichungssystems  $Ax = b$  mit  $b = (25, 10, 15)^T$ ! Kann  $q$  so bestimmt werden, dass  $\tilde{x} = (1, 2, 3)^T$  zur Lösungsmenge  $L_q$  gehört?

(5 Punkte)

3. Ermitteln Sie das charakteristische Polynom und die Eigenwerte der folgenden Matrizen!

a)  $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$       b)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$       c)  $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 & 9 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(6 Punkte)